x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$h(x)$		$-$	$\|\|$	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$+$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

◆ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x(x+1)\ \ln(1+\frac{1}{x}) = \lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)\ \dfrac{\ln(1+\frac{1}{x})}{\frac{1}{x}}$

On a : • $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1) = -\infty$

• $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\ln(1+\frac{1}{x})}{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{X\to0} \dfrac{\ln(1+X)}{X} = 1 \quad (X=\frac{1}{x})$

d'où $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

◆ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x(x+1)\ \ln(\dfrac{x+1}{x})$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} x(x+1)\ \ln(1+\frac{1}{x}) = \lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\ \dfrac{\ln(1+\frac{1}{x})}{\frac{1}{x}} = +\infty$

Solution 7 :

1°/ g est définie, continue et dérivable sur $\mathbf{R}_+^*$ et $\forall x \in \mathbf{R}_+^*$,

$g'(x) = 2x - 2(2x\ \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x}) = -4x\ \ln x$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$\|\|$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$
	$\|\|$	1			